Capitolul 1

Surse discrete fără memorie

1.1 Breviar teoretic

1.1.1 Noţiuni recapitulative de teoria probabilităţilor

Considerăm un experiment aleator. Vom nota cu Ω multimea tuturor realizărilor acelui experiment. Fie A un eveniment din Ω. Atunci complementul său va fi A^C.

Se numeşte **câmp de evenimente** o clasă de submulţimi, K, a lui Ω care respectă următoarele proprietăţi:

1. evenimentul sigur $E \in K$
2. $(\forall)A \in K \Rightarrow A^C \in K$
3. $(\forall)A, B \in K \Rightarrow A \cup B \in K$

Se numeşte **sistem complet de evenimente** $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ un set de evenimente $A_i \in K, (\forall)i$ cu proprietăţile:

1. $A_i \cap A_j = \oslash$ pentru $i \neq j$
2. $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = E$

Se numeşte **probabilitate** o funcţie, P, definită pe un câmp de evenimente, K, care are proprietăţile:

1. $P(E) = 1$
2. $P(A) \geqslant 0, (\forall)A \in K$
3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dacă $A \cap B = \oslash$

Câteva noţiuni şi formule utile sunt:

- **Probabilitatea unui sistem complet de evenimente**. Suma probabilităţilor evenimentelor, $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$, ce alcătuiesc sistemul complet este 1:

$$\sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1 \tag{1.1}$$

- **Probabilitatea condiţionată** $P(A/B)$ (semnifică probabilitatea de apariţie a lui A ştiind că evenimentul B s-a petrecut sigur) :

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A,B)}{P(B)} \tag{1.2}$$

- Formula **probabilităţii totale (complete)**: dacă evenimentul B are loc în una din ipotezele $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$, respectiv $B = \bigcup_{i=1}^{n}(A_i \cap E)$, atunci:

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B/A_i) \tag{1.3}$$

- **Evenimente independente** - dacă A şi B sunt două evenimente independente (adică realizarea lui A nu are nici o legătură cu realizarea lui B) atunci probabilitatea de apariţie a evenimentului (A,B) (evenimentul ca A şi B să se petreacă simultan) este:

$$P(A,B) = P(A)P(B) \tag{1.4}$$

- **Formula lui Bayes**:

$$P(A/B) = \frac{P(B/A)P(A)}{P(B)} \tag{1.5}$$

1.1.2 Noţiuni introductive în teoria informaţiei

- **Informaţie**. Se presupune că într-o situaţie oarecare pot avea loc N evenimente, $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$, echiprobabile ($P(A_i) = p = \frac{1}{N}$). Prin realizarea unui eveniment se obţine informaţie. Aceasta este cu atât mai mare cu cât evenimentul este mai imprevizibil, adică probabilitatea este mai mică. Atunci definiţia informaţiei (notata cu i) este intuitivă:

$$i = -\log p = \log N \tag{1.6}$$

  Informaţia este o mărime pozitivă şi dacă logaritmul este în baza 2 atunci ea se măsoară în biţi. Deoarece în marea majoritate a cazurilor se foloseşte logaritmul în bază 2, acest lucru se consideră implicit şi se omite specificarea bazei din scrierea curentă.

  Noţiunile de informaţie şi incertitudine sunt duale. Incertitudinea este evaluată înainte de de petrecerea evenimentului, în timp ce informaţia este produsă de către eveniment deci este ulterioară acestuia. Cu cât asupra producerii unui eveniment există mai multă incertitudine cu atăt informaţia produsă este mai seminificativă. Un eveniment sigur (probabilitate 1) nu are nici un fel de incertitudine (se ştie că se va produce) şi deci nu va aduce nici un fel de informaţie suplimentară.

  De exemplu să considerăm evenimentul "la ecuator, după zi urmează noaptea". Acesta este un eveniment aproape sigur; nu există nici o incertitudine aici şi nu va rezulta nici o informaţie nouă prin faptul că după o zi va urma noaptea. Dacă totuşi, prin absurd, la ecuator se va instaura ziua permanentă, evenimentul fiind foarte neobişnuit, este extrem de informativ pentru că nu poate fi cauzat decât de modfiicări extreme, nestudiate până acum ale mişcării planetare.

- **Semnal** – este o manifestare fizică capabilă să se propage într-un mediu dat.
- **Mesaj** – este semnalul corespunzator unei realizări particulare din ansamblul de idei care trebuie transmis.
- **Sursă de informaţie** – este mecanismul prin care din mulţimea de mesaje posibile se alege, într-un mod imprevizibil pentru observator, unul particular, în scopul de a fi transmis.
- **Canalul** - reprezintă totalitatea mijloacelor destinate comunicaţiei.

1.1.3 Surse discrete fără memorie

Se definesc următoarele noţiuni:

- **Simbol (literă)** - elementul fundamental ireductibil care conţine o informaţie.
- **Alfabet** - totalitatea simbolurilor.
- **Cuvânt** - o succesiune finită de simboluri.

Sursele pot fi:

- fără memorie - probabilitatea de apariţie a unui simbol la un moment de timp este independentă de simbolurile emise precedent;
- cu memorie - probabilitatea de apariţie a unui simbol la un moment de timp depinde de simbolurile emise precedent;
- staţionare - probabilitatea de apariţie a unui simbol nu depinde de oringinea timpului;
- ergodice - surse stationare care furnizeaza şiruri tipice (frecvenţa de apariţie a unui simbol este egală cu probabilitatea teoretică a simbolului)

Entropia unei surse. Pentru o sursă ergodică, care are alfabetul $[X] = [x_1 x_2 \dots x_n]$ cu setul de probabilităţi $[P_x] = [p_1 p_2 \dots p_n]$ *entropia sau informaţia medie pe simbol* este

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i \tag{1.7}$$

Proprietăţi ale entropiei:

- Este întotdeauna pozitivă. Entropia este o medie ponderată, unde ponderile sunt probabilităţile de apariţie, de cantităţi de informaţie (mărimi care la rândul lor sunt pozitive).
- entropia are valoarea maximă pentru simboluri echiprobabile:

$$H = H_{\max} \Leftrightarrow p_1 = p_2 = \dots = p_n$$

Debitul de informatie sau viteza de informare se defineşte ca produsul dintre entropia sursei şi numărul mediu de simboluri (care este inversul duratei medii pe simbol) într-o secundă:

$$H_t(X) = \frac{H(X)}{\overline{\tau}} \tag{1.8}$$

Redundanţa unei surse se defineşte ca fiind diferenţa intre valoarea maximă posibilă a entropiei si valoarea ei reală:

$$R_t(X) = H_{Max}(X) - H(X) = \log n - H(X) \tag{1.9}$$

Redundanţa raportată la entropia maximă se numeşte **redundanţă relativă**

$$\rho_s = 1 - \frac{H(X)}{H_{\max}(X)} = 1 - \eta \tag{1.10}$$

unde cu η am notat **eficienţa** sursei.

Pentru o prezentare mai detaliata a aspectelor teoretice vezi [3]

1.2 Probleme rezolvate

1. [4] *O sursă binară generează în mod* ***independent*** *o serie de semnale dreptunghiulare de polarităţi diferite. Dintre impulsurile generate, 60% au polaritate pozitivă, iar 40% au polaritate negativă.*
   a) Care este entropia sursei ?
   b) Care este redundanţa sursei ?
   c) Care este eficienţa sursei ?

   Rezolvare:
   Alfabetul sursei este: $[X] = [x_1 x_2] = [+-]$. Acesta conţine $n = 2$ simboluri cu setul de probabilităţi $P(X) = (p_1 = 0.6, p_2 = 0.4)$
   Evident

$$\sum_{j=1}^{n} p_j = 1$$

   a) Prin definiţie entropia sursei este:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i = -0.6 \log_2 0.6 - 0.4 \log_2 0.4 = 0.971 \frac{bit}{simbol}$$

   b) Petru calculul rendundanţei avem nevoie de entropia maximă. Aceasta se obtine pentru probabilităţi egale sau, cu alte cuvinte, când distribuţia simbolurilor este uniformă. In acest caz, probabilităţile sunt:

$$p_1 = p_2 = \ldots = p_n = \frac{1}{n}$$

   Atuncia, entropia devine maximă şi este:

$$H_{max}(X) = H(X) = -\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n} \log_2 \frac{1}{n} = -n \frac{1}{n} \log_2 \frac{1}{n} = \log_2 n = 1 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

Redundanţa sursei este:

$$R(X) = H_{max}(X) - H(X) = 0.029 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

c) Eficienţa sursei este:

$$\eta = \frac{H(X)}{H_{max}} = 0.971$$

2. [5] *Care este entropia în experimentul de aruncare cu un zar normal (având feţe echiprobabile)? Dar dacă zarul este măsluit astfel încât probabilitatea de apariţie a unei feţe este proporţională cu cifra de pe faţă? Care sunt redundanţa şi respectiv eficienţa sursei de informaţie (zarul) în acest* al doilea caz?
Rezolvare:
Putem vedea zarul ca fiind o sursă ce emite $n = 6$ simboluri, fiecare dintre ele corespunzatoare aparitii unei feţe: $[X] = [x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6]$
Să considerăm întâi cazul zarului corect. Atunci probabiltăţile simbolurilor sunt:

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = p_6 = \frac{1}{n} = \frac{1}{6}$$

În mod evident entropia sursei este maximă:

$$H(X) = H_{max}(X) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i = \log_2 n = 2.585 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

Vom considera cazul când zarul este corect. Atunci suma probabiltăţilor simbolurilor trebuie sa fie 1:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

Rezultă că:

$$p_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^{6} i} = \frac{i}{21} \text{ pentru } i = 1, \ldots, 6$$

$$\Rightarrow [P_X] = [p_1 = 0.048, p_2 = 0.095, p_3 = 0.143, p_4 = 0.19, p_5 = 0.238, p_6 = 0.286]$$

Entropia sursei nu mai este maximă:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{6} p_i \log_2 p_i = 2.398 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

Redundanţa sursei este:

$$R(X) = H_{max}(X) - H(X) = 0.187 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

Eficienţa sursei este:

$$\eta = \frac{H(X)}{H_{max}} = 0.928$$

3. *[2] O sursă discretă generează în mod independent $n = 8$ simboluri cu probabilităţile:*

$$P[X] = \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{16}, \frac{1}{16}, \frac{1}{16}\right]$$

si duratele corespunzatoare (în s):

$$\tau = [2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 4]$$

a) Care este debitul sursei ?
b) Care este redundanţa sursei ?
c) Care este eficienţa sursei ?

Rezolvare:
a) Pentru a calcula debitul sursei este necesar să calculăm, mai întâi, entropia sursei:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i = 2.75 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

Timpul mediu este:

$$\overline{\tau} = \sum_{i=1}^{n} p_i \tau_i = 2.75s$$

Conform definiţiei 1.8 debitul sursei este:

$$H_t(X) = \frac{H(X)}{\overline{\tau}} = 1 \frac{\text{bit}}{\text{simbol} \cdot \text{s}}$$

b)Entropia maximă este

$$H_{max}(X) = H(X) = \log_2 n = 3 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

Redundanţa sursei este:

$$R(X) = H_{max}(X) - H(X) = 0.25 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

c) Eficienţa sursei este:

$$\eta = \frac{H(X)}{H_{max}} = 0.917$$

4. *[4] Fie o sursa ergodică, fără memorie, al cărei alfabet este $[X] = [x_1 x_2 \dots x_N]$, generat cu probabilităţile $[P_X] = [p_1 p_2 \dots p_N]$. Se numeşte* **`extensie de ordin "n"`** *a acestei surse, sursa ale carei simboluri sunt toate mesajele posibile formate din câte "n" litere ale alfabetului X. Alfabetul sursei extinse $[E] = [X^n] = [e_1, e_2, \dots, e_\Delta]$ are $\Delta = N^n$ simboluri.*
a) Pentru cazul $N = 2$, cu setul de probabilităţi $[P_X] = [\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$, să se calculeze entropia, redundanţa si eficienţa sursei extinse de ordinul 2 si să se compare cu parametri sursei originale.
b) Pentru cazul $N = 8$ cu $[P_X] = [\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{16}, \frac{1}{16}, \frac{1}{16}]$, să se calculeze entropia,

redundanţa şi eficienţa sursei extinse de ordinul 3 si să se compare cu cele ale sursei originale.

Rezolvare:
Alfabetul sursei extinse este o mulţime de simboluri multidimensionale, de lungime N^n, indexată (regula de reindexare Δ unidimensională nu este univoc standardizată si nu este neaparat necesară în calcule numerice):

$$[E] = [X^n] = [e_1, e_2, \ldots, e_\Delta] = \bigcup [x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_n}]$$

$$\text{unde } i_k = 1, \ldots, N, (\forall) k = 1, \ldots, n$$

Într-un simbol al sursei extinse simbolurile din X (sursa originală) sunt emise independent la momente diferite, consecutive, de timp de către sursa originală sau, simultan de către n replici identice dar independente ale sursei originale (replici obţinute prin clonare).
a) Particularizând cele spuse mai sus pentru $N = 2$ simboluri si $n = 2$, obţinem o sursa având un alfabet cu 4 simboluri:

$$[E] = [X^2] = [x_1x_1, x_1x_2, x_2x_1, x_2x_2]$$

sau folosind notaţia compactă astfel:

$$X^2 = [x_ix_j | i = \overline{1,2}; j = \overline{1,2}]$$

Setul de probabilităţi asociat este:

$$[P_{X^2}] = [p(x_1) \cdot p(x_1), p(x_1) \cdot p(x_2), p(x_2) \cdot p(x_1), p(x_2) \cdot (x_2)]$$

$$= [p_1 \cdot p_1, p_1 \cdot p_2, p_2 \cdot p_1, p_2 \cdot p_2]$$

Pentru sursa originală, probabilităţile sunt: $[P_X] = [\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$. Atunci entropia este:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i = 0.81 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

Entropia maximă a sursei originale este:

$$H_{max}(X) = H(X) = \log_2 n = 1 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

iar redundanţa ei este:

$$R(X) = H_{max}(X) - H(X) = 0.189 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

Eficienţa este:

$$\eta = \frac{H(X)}{H_{max}} = 0.811$$

Pentru sursa extinsă de ordinul doi, după cum am aratat mai sus probabilităţile sunt:$[P_{X^2}] = [\frac{1}{16}, \frac{3}{16}, \frac{3}{16}, \frac{9}{16}]$. Rezultă:
Entropia:

$$H(E) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i = 1.622 \frac{\text{bit}}{\text{simbol extins}}$$

Entropia maximă:

$$H_{max}(E) = H(E) = \log_2 N^n = 2\frac{\text{bit}}{\text{simbol extins}}$$

Redundanţa :

$$R(E) = H_{max}(E) - H(E) = 0.377\frac{\text{bit}}{\text{simbol extins}}$$

Eficienţa :

$$\eta = \frac{H(E)}{H_{max}(E)} = 0.811$$

b) De data aceasta vom considera o sursă cu $N = 8$ simboluri. Calculul entropiei, entropiei maxime, redundanţei si eficienţei este analog cu cel efectuat la punctul precedent. In acest caz, entropia este:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i = 2.75\frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

$$H_{max}(X) = H(X) = \log_2 n = 3\frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

$$R(X) = H_{max}(X) - H(X) = 0.25\frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

$$\eta = \frac{H(X)}{H_{max}} = 0.916$$

Alfabetul sursei extinse de ordinul $n = 3$, conţine $N^n = 8^3 = 512$ simboluri extinse. Probabilitatea unui simbol extins este produsul probabilităţilor simbolurilor originale:

$$p(x_i x_j x_k) = p_i \cdot p_j \cdot p_k \text{ unde } i, j, k = \overline{1, 8}$$

Entropia sursei extinse este:

$$H(E) = -\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} p(x_i x_j x_k) \log_2 p(x_i x_j x_k) = \ = 8.25\frac{\text{bit}}{\text{simbol extins}}$$

Entropia maximă a sursei extinse este:

$$H_{max}(E) = \log_2 N^n = 9\frac{\text{bit}}{\text{simbol extins}}$$

Redundanţa :

$$R(E) = H_{max}(E) - H(E) = 0.75\frac{\text{bit}}{\text{simbol extins}}$$

Eficienţa :

$$\eta = \frac{H(E)}{H_{max}(E)} = 0.917$$

Dacă comparăm o sursă originală cu sursa extinsă de ordin n corespunzătoare, putem concluziona următoarele:

- Odată cu creşterea ordinului sursei creşte şi entropia. Acest fapt este natural, dacă ne gândim că, în cazul sursei extinse, un simbol este de fapt o succesiune de simboluri originale şi, atunci, entropia, care este informaţia medie pe simbol (extins în acest caz) creşte. Analog, entropia maximă creşte şi ea.

- Redundanţa creşte. De data aceasta explicaţia nu se mai bazează pe semnificaţia marimii ci pe ordinul ei (creste valoare entropiei deci si redundanţa se amplifica). Mult mai relevant este considerarea redundanţei relative.
- Eficienta creste (apropiindu-se de 1) şi, simultan, redundanţa relativă scade spre 0

Mai mult, se poate arăta că pentru cazul general este valabilă relaţia $H(X^n) = n \cdot H(X)$ ceea ce inseamna ca pentru o sursă extinsă de ordin suficient de mare, entropia va tinde la $+\infty$.

5. *[6]La transmiterea a* 100 *de mesaje de* 5 *litere, litera A apare de 50 de ori şi litera B apare de 30 de ori. Cele două litere apar simultan (în acelasi mesaj de 10 ori). Să se calculeze entropiile condiţionate,* $H(A/B)$ *şi* $H(B/A)$.

Rezolvare:
Pentru început trebuie calculate probabilităţile de apariţie ale fiecărei litere. Probabilitatea unui eveniment se aproximează practic cu raportul dintre *numărul de cazuri favorabile* şi *numărul de cazuri totale.*
Numărul de simboluri transmise este:

$$n = 100 \text{ mesaje} \cdot 5 \text{ simboluri} = 500 \text{ mesaje}$$

Probabilităţile de apariţie ale celor două litere sunt:

- litera A:
$$P(A) = \frac{50}{500} = 0.1$$
- litera B:
$$P(B) = \frac{30}{500} = 0.06$$

Probabilitatea de apariţie simultană a celor două litere, în acelasi mesaj, este:

$$P(A,B) = \frac{10}{500} = 0.02$$

Dar, pe de altă parte:

$$P(A,B) = P(A/B) \cdot P(B) = P(B/A) \cdot P(A)$$

$$\Rightarrow P(A/B) = \frac{P(A,B)}{P(B)} = \frac{0.02}{0.06} = 0.33$$

şi

$$\Rightarrow P(B/A) = \frac{P(A,B)}{P(A)} = \frac{0.02}{0.1} = 0.2$$

Pentru a calcula entropiile condiţionate vom folosi definiţia 1.7:

$$H(A/B) = -P(A/B)\log_2 P(A/B) - (1 - P(A/B))\log(1 - P(A/B)) = 0.923\frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

$$H(B/A) = -P(B/A)\log_2 P(B/A) - (1 - P(B/A))\log(1 - P(B/A)) = 0.914\frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

6. [7] *Se consideră 12 monede din care una este falsă (are o greutate diferită de a celorlalte - mai mare sau mai mică), iar celelalte sunt egale ca greutate. Se dispune de o balanţă. Se caută numărul minim de cântăriri şi procedura pentru a preciza care este moneda* `falsă`.
Rezolvare:
Să considerăm aruncarea cu banul ca fiind o sursă, iar simbolul transmis constând în aruncarea unei monede. Alfabetul acestei surse conţine 12 simboluri (cele 12 monede). Simbolurile au probabilităţi egale: $p_1 = \ldots = p_{12} = \frac{1}{12}$. Atunci incertitudinea cauzată de necunoaşterea monedei false, conform definiţiei 1.7, este:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i = -\sum_{i=1}^{12} \frac{1}{12} \log_2 \frac{1}{12} = \log_2 12 = 2 + \log_2 3 = 3.58 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

Această incertitudine trebuie anulată prin producerea unui eveniment care să ne aducă suficientă informaţie. Acest eveniment constă în măsurări (cântăriri) cu ajutorul balanţei, de un număr suficient de ori. "Suficent" inseamna numarul de cântăriri necesar aflării monedei false, adică anularii incertitudinii calculate *false*.
Alfabetul balanţei conţine trei simboluri $[\xi_1, \xi_2, \xi_3]$, corespunzător înclinării balanţei în dreapta, în stânga sau poziţiei de echilibru. În urma a k măsurari vom obţine informaţia (se ţine cont de faptul ca pentru masurări independente informaţia este aditivă):

$$i_{BAL} = k \cdot \log_2 3 = k \cdot 1.58$$

Întrebarea este cât ar trebui să fie k, astfel încât informaţia obţinută cu ajutorul balanţei să fie mai mare decât entropia sursei. Adică:

$$i_{BAL} \geq H(X)$$

$$\Leftrightarrow k \cdot 1.58 \geq 3.58 \Rightarrow k_{min} = \left[\frac{3.58}{1.58}\right] + 1 = 3$$

Deci cu 3 încercări putem determina moneda falsă.

1.3 Probleme propuse

1. [4] Într-un proces de automatizare, o sursă generează în mod independent 4 nivele de tensiune $x_1 = 1$V, $x_2 = 2$ V, $x_3 = 3$V, $x_4 = 4$V. Duratele acestor nivele sunt $t_1 = 1$ms, $t_2 = 0.5$ms, $t_3 = 0.1$ms, $t_4 = 1$ms. Aceste nivele sunt generate cu probabilităţile$p_1 = \frac{1}{8}$, $p_2 = \frac{1}{4}$, $p_3 = \frac{1}{2}$, $p_4 = \frac{1}{8}$. Dupa o succesiune de 4 simboluri, sursă se dezactivează (emite nivelul 0 V) cu durata de 15 ms.
   a) Care este debitul de informatie al sursei ? (cu pauza si fara pauza !)
   b) Care este tensiunea medie ?

2. [4] O imagine TV alb-negru este descompusă in 625 linii orizontale, compuse fiecare din 625 puncte ale caror intensităţi luminoase corespund imaginii reprezentate. Aceste intensităţi sunt cuantificate uniform pe 256 nivele (de gri) echiprobabile. Se consideră ca intensităţile luminoase ale punctelor sunt independente si că se transmit 25 de imagini pe secundă, independente.
   a) Care este debitul de informaţie al sursei de imagini?

b) Care este redundanţa ce apare dacă probabilitatea ca semnalul sa se afle in jumatatea superioara nu mai este 0.5 ci 0.3 ? (Se consideră că intervalele de cuantificare în jumătatea superioară sunt echiprobabile si că cele ce corespund jumătăţii inferioare sunt de asemenea echiprobabile).

3. [8] Să se calculeze entropia maximă a unui sistem în cazul în care acesta este constituit astfel nct:
   a) are E=2 elemente a cate S=2 stări posibile;
   b) are E=3 elemente a cate S=4 stări posibile;
   c) are E=4 elemente a cate S=3 stări posibile;

4. [8] Se consideră o sursă care emite două simboluri cu probabilităţile $p_1 = p$ şi $p_2 = 1 - p$. Să se reprezinte grafic entropia sursei în funcţie de p şi să se interpreteze rezultatul.

5. Se consideră o sursă care emite două simboluri cu probabilităţile p_1 şi p_2. Să se calculeze entropia sursei extinse de ordinul 2.

6. Se consideră experimentul ce constă din extragerea unei cărţi dintr-un pachet de 52 de cărtţi de joc, ca reprezentând o sursă discretă fără memorie după fiecare extragere cartea se pune la loc.
   a) Care este informaţia proprie a unei cărţi de joc alese la întâplare?
   b) Dar dacă se ignoră culorile (alfabetul contine 13 simboluri)?

Bibliografie

[1] Mihai Ciuc. “Note de seminar”.

[2] A. T. Murgan, I. Spânu, I. Gavăt, I. Sztojanov, V. E. Neagoe, şi A. Vlad. *Teoria Transmisiunii Informatîei - probleme*. Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, România, 1983.

[3] Alexandru Spătaru. *Teoria Transmisiunii Informattţiei*. Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, România, 1983.

[4] Alexandru Spătaru. *Fondements de la theorie de la transmisssion de línformation*. Presses polytechniques romandes, Lausanne, Elveţia, 1987.

[5] Rodica Stoian. “Note de seminar”.

[6] Dan Alexandru Stoichescu. “Note de seminar”.

[7] Eugen Vasile. “Note de seminar”.

[8] Constantin Vertan. “Note de seminar”.